2021

(Held in 2022)

ECONOMICS

(Honours)

Paper : ECO–HC–1026

(Mathematical Methods in Economics—I)

Full Marks : 80

Time : 3 hours

The figures in the margin indicate full marks for the questions

Answer either *in English* or in *Assamese*

1. Answer the following as directed : $1 \times 10 = 10$

তলত দিয়াসমূহৰ নিৰ্দেশানুসাৰি উত্তৰ দিয়া :

(a) If $A = \{a, b, c\}$ and $B = \{1, 2, 3\}$, are they equivalent sets?

যদি $A = \{a, b, c\}$ আৰু $B = \{1, 2, 3\}$ হয়, তেন্তে সংহতি দুটা সমতুল্য হ'বনে?

(b) Give an example of disjoint sets.

বিচ্ছিন্ন সংহতিৰ এটা উদাহৰণ দিয়া।

(c) Is $(2+\sqrt{4})$ an irrational number?

$(2+\sqrt{4})$ এটা অপৰিমেয় সংখ্যা হয়নে?

(d) Given the function $f(x) = ax + b$, find the derivative of $f(x)$.

$f(x) = ax + b$ ফলনটোৰ $f(x)$ৰ অৱকলজ উলিওৱা।

(e) Find :

মান নিৰ্ণয় কৰা :

$$\frac{2^{3/4}}{2^{1/4}}$$

(f) The graph of the rational function $y = \frac{c}{x}$ or $xy = c$ is known as (exponential graph/rectangular hyperbola).

(Choose the correct option)

$y = \frac{c}{x}$ বা $xy = c$ ফলনটোৰ লেখাংকনক ______ বুলি জনা যায়। (সূচকীয় ৰেখা/আয়তাকাৰ পৰাবৃত্ত)

(শুদ্ধ বিকল্পটো বাছি উলিওৱা)

(g) Find :

মান নিৰ্ণয় কৰা :

$$\int e^{5x} dx$$

(h) Write a polynomial function of degree 4.

4 মাত্ৰাৰ এটা বহুপদী ফলন লিখা।

(i) Write a null set.

এটা ৰিক্ত সংহতি লিখা।

(j) Find the second order derivative of the function $y = 7x - 9$.

$y = 7x - 9$ ফলনটোৰ দ্বিতীয় মাত্ৰাৰ অৱকলজ উলিওৱা।

2. Answer the following questions : $2 \times 5 = 10$

তলত দিয়া প্ৰশ্নসমূহৰ উত্তৰ দিয়া :

(a) Find the Cartesian product $P \times Q$ from the following sets :

তলত দিয়া সংহতিৰ পৰা কাৰ্টেছীয়ান পূৰণফল $P \times Q$ নিৰ্ণয় কৰা :

$$P = \{1, 2, 3\}$$
$$Q = \{x, y\}$$

(Turn Over)

(b) If the domain of the function $y = 10 + 5x$ is $\{x : 2 \le x \le 4\}$, find the range of the function.

যদি $y = 10 + 5x$ ফলনটোৰ আদিক্ষেত্ৰ $\{x : 2 \le x \le 4\}$ হয়, তেন্তে ফলনটোৰ পৰিসৰ নিৰ্ণয় কৰা।

(c) Evaluate :

মান নিৰ্ণয় কৰা :

$$\lim_{x \to 3} \frac{x^2 - 9}{(x - 3)}$$

(d) If AR = ₹ 30 and price elasticity of demand is 4, find MR.

যদি AR = ₹ 30 আৰু চাহিদাৰ দৰ স্থিতিস্থাপকতা 4 হয়, তেন্তে MR নিৰ্ণয় কৰা।

(e) Examine whether the following function is convex or concave :

তলত দিয়া ফলনটো অৱতল নে উত্তল, পৰীক্ষা কৰা :

$$f(x) = x^2 - 4x - 5$$

3. Answer any *four* of the following questions : 5×4=20

তলত দিয়া প্ৰশ্নসমূহৰ যি কোনো চাৰিটাৰ উত্তৰ দিয়া :

(a) Verify the properties of union of sets by taking numerical examples.

সাংখ্যিক উদাহৰণ লৈ সংহতিৰ মিলন ধৰ্মসমূহ প্ৰতিপন্ন কৰা।

(b) Show that the following function is discontinuous at the point $x = 0$:

তলত দিয়া ফলনটো $x = 0$ বিন্দুত বিচ্ছিন্ন বুলি দেখুওৱা :

$$f(x) = 1, \quad x > 0$$
$$= 0, \quad x = 0$$
$$= -1, \quad x < 0$$

(c) Find $\frac{\partial y}{\partial x_1}$ and $\frac{\partial y}{\partial x_2}$ for the following function : 2½+2½=5

তলত দিয়া ফলনটোৰ পৰা $\frac{\partial y}{\partial x_1}$ আৰু $\frac{\partial y}{\partial x_2}$ নিৰ্ণয় কৰা :

$$y = \frac{5x_1 + 3}{x_2 - 2}$$

(d) Find $\frac{dy}{dx}$ of the function $y = \frac{1}{x}$ using the definition of derivative.

অৱকলজৰ সূত্ৰ প্ৰয়োগ কৰি $y = \frac{1}{x}$ ফলনটোৰ $\frac{dy}{dx}$ নিৰ্ণয় কৰা।

(e) Find the relative extreme value (maximum or minimum) of the following function :

তলত দিয়া ফলনটোৰ আপেক্ষিক চৰম মান (সৰ্বোচ্চ অথবা সৰ্বনিম্ন) উলিওৱা :

$$y = 5x^2 - 30x + 15$$

(f) Compute marginal productivity of capital (MP_K) and marginal productivity of labour (MP_L) at $K = 1$ and $L = 2$ for the following production function where Q is output, K is capital and L is labour : $2\frac{1}{2}+2\frac{1}{2}=5$

$$Q = 3KL^2 + 4K^2L + 2L + 2K$$

যদি $K = 1$ আৰু $L = 2$ হয়, তেন্তে তলত দিয়া উৎপাদন ফলনটোৰ পৰা মূলধনৰ প্ৰান্তিক উৎপাদনশীলতা (MP_K) আৰু শ্ৰমৰ প্ৰান্তিক উৎপাদনশীলতা (MP_L) নিৰ্ণয় কৰা য'ত Q মানে হ'ল মুঠ উৎপাদন, K মানে মূলধন আৰু L মানে শ্ৰম :

$$Q = 3KL^2 + 4K^2L + 2L + 2K$$

4. Answer the following questions : 10×4=40

তলত দিয়া প্ৰশ্নসমূহৰ উত্তৰ দিয়া :

(a) A monopolist demand curve is given by $P = 100 - 5Q$ where P is price and Q is quantity demanded.

একচেটীয়া বিক্ৰেতাৰ চাহিদা ৰেখা যদি $P = 100 - 5Q$ হয় য'ত P মানে দৰ আৰু Q মানে চাহিদাৰ পৰিমাণ হয়, তেন্তে

(i) Find the MR function.

MR ফলন নিৰ্ণয় কৰা;

(ii) Establish the relationship between slopes of AR and MR curves.

AR আৰু MR ৰেখাৰ নতিৰ মাজৰ সম্পৰ্ক স্থাপন কৰা;

(iii) Find the price at which MR is zero. 2+4+4=10

MR যদি শূন্য হয়, দৰ নিৰ্ণয় কৰা।

Or / অথবা

State and prove the product rule of differentiation. 10

ব্যৱকলনৰ পূৰণৰ নীতিটোৰ বিবৃতি দিয়া আৰু প্ৰমাণ কৰা।

(b) Derive the following relationship between Average Revenue (AR), Marginal Revenue (MR) and Elasticity of Demand (e_d) : 10

গড় আয় (AR), প্ৰান্তিক আয় (MR) আৰু চাহিদাৰ স্থিতিস্থাপকতাৰ মাজৰ তলৰ সম্বন্ধটো উলিয়াই দেখুওৱা :

$$e_d = \frac{AR}{AR - MR}$$

Or / অথবা

Given the demand and average cost function of a monopolistic firm as $P = 32 - 3Q$ and $AC = Q + 8 + \frac{5}{Q}$ respectively, what level of output maximizes total profit? What are the corresponding values of TR, AR, MR, TC, AC, MC and profit? 3+1+1+1+1+1+1+1=10

এখন একচেটীয়া প্ৰতিষ্ঠানৰ চাহিদা আৰু গড় ব্যয় ফলন ক্ৰমান্বয়ে দিয়া হৈছে, $P = 32 - 3Q$ আৰু $AC = Q + 8 + \frac{5}{Q}$ । মুঠ লাভ সৰ্বোচ্চ হোৱাৰ বাবে উৎপাদনৰ পৰিমাণ কিমান হ'ব? এই উৎপাদনৰ পৰিমাণত TR, AR, MR, TC, AC, MC আৰু লাভ উলিওৱা ।

(c) (i) Derive the TC function from the given MC function, $MC = 3Q - 4$, when total fixed cost = 100. 5

প্ৰান্তিক ব্যয় ফলন, $MC = 3Q - 4$ৰ পৰা মুঠ ব্যয় ফলন (TC) উলিওৱা যদি মুঠ স্থিৰ ব্যয় 100 হয়।

(ii) Find out the saving function, given $MPS = 1 - 0 \cdot 2\, y^{1/3}$ with zero saving when income $y = 125$. 5

শূন্য সঞ্চয়ৰ বাবে যদি আয় $y = 125$ হয়, তেতিয়া প্ৰান্তিক সঞ্চয়ী প্ৰৱণতা, $MPS = 1 - 0 \cdot 2\, y^{1/3}$ ফলনৰ পৰা সঞ্চয়ৰ ফলনটো নিৰ্ণয় কৰা।

Or / অথবা

(i) In a market survey, 200 consumers were interviewed to give their preference for two products *X* and *Y*. Survey results show that 110 preferred product *X* and 120 preferred product *Y*. How many of the respondents preferred both *X* and *Y*? Draw a Venn diagram to show the result. 5

এটা বজাৰ সমীক্ষাত দুটা সামগ্ৰী *X* আৰু *Y* ৰ পছন্দৰ ওপৰত 200 জন ভোক্তাৰ এটা সাক্ষাৎকাৰ গ্ৰহণ কৰা হৈছিল। সমীক্ষাত পোৱা গ'ল যে 110 জন ভোক্তাই *X* সামগ্ৰীটো আৰু 120 জনে *Y* সামগ্ৰীটো পছন্দ কৰে। কিমানজন ভোক্তাই *X* আৰু *Y* দুয়োটা দ্ৰব্যই পছন্দ কৰে? ফলাফল দেখুৱাবলৈ এটা ভেন চিত্ৰ অংকন কৰা।

(ii) Explain the concept of Quassi-Convex and Quasi-Concave function. 5

উপ-অৱতল আৰু উপ-উত্তল ফলনৰ ধাৰণাৰ বিষয়ে লিখা।

(d) The total cost function of a firm is given by $C = Q^3 - 6Q^2 + 2Q + 50$. Find the level of output at which the average variable cost (AVC) is minimum. Also show that AVC = MC at that level of output. 7+3=10

এখন প্ৰতিষ্ঠানৰ মুঠ ব্যয় ফলনটো যদি $C = Q^3 - 6Q^2 + 2Q + 50$ হয়, তেন্তে গড় পৰিবৰ্তনশীল ব্যয় (AVC) সৰ্বনিম্ন হোৱা উৎপাদনৰ পৰিমাণ উলিওৱা। সেই উৎপাদনৰ পৰিমাণত AVC = MC বুলি দেখুওৱা।

Or / অথবা

Evaluate : 2×5=10

মান নিৰ্ণয় কৰা :

(i) $\frac{d}{dx}(x^2 + 3)x^{-1}$

(ii) $\int_2^4 2x^2 \, dx$

(Continued)

(iii) $\int \left(10x^3 - \frac{1}{x^2} - 2e^x + \frac{5}{x} \right) dx$

(iv) $\int xe^{-x} dx$

(v) $\frac{d}{dx} 5(x^2 + 3x + 2)^3$

***