

Total number of printed pages-12

3 (Sem-2/CBCS) STA HG/RC

2022

STATISTICS

(Honours Generic/Regular)

Paper : STA-HG-2016/STA-RC-2016

(Introductory Probability)

Full Marks : 60

Time : Three hours

The figures in the margin indicate full marks for the questions.

Answer either in English or in Assamese.

1. Answer **any seven** of the following questions : 1×7=7

তলত দিয়া প্রশ্নবোৰৰ যিকোনো সাতটাৰ উত্তৰ দিয়া :

- (a) In a random experiment, the outcome is not unique. (State True or False)

এটা যাদৃচ্ছিক পৰীক্ষাৰ ফলাফল কেতিয়াও একেটাই নহয়।

Contd.

(b) If A and B are two mutually exclusive events, then $P(A \cap B) = ?$

যদি A আৰু B দুটা পৰস্পৰান্তৰ ঘটনা, তেন্তে

$$P(A \cap B) = ?$$

(c) If A and B are two independent events, then $P(A \cap B) = ?$

যদি A আৰু B দুটা স্বতন্ত্ৰ ঘটনা, তেন্তে $P(A \cap B) = ?$

(d) Under what condition

কি চৰ্ত সাপেক্ষে

$$E(X \cdot Y) = E(X) \cdot E(Y)$$

(e) If $V(X) = 25$, then $V(2X + 5) = ?$

যদি $V(X) = 25$, তেতিয়া $V(2X + 5) = ?$

(f) Fill in the gap :

খালী ঠাই পূৰ কৰা :

$$\mu_1 = \underline{\hspace{2cm}} ?$$

(g) For Binomial distribution mean _____ variance. (Fill in the blank)

দ্বিপদ বন্টনৰ ক্ষেত্ৰত গড় _____ প্রসৰণ।

(খালী ঠাই পূৰ কৰা)

(h) Normal distribution is a limiting form of Binomial distribution.

(Write True or False)

প্ৰসামান্য বন্টন হ'ল দ্বিপদ বন্টনৰ আসন্ন ৰূপ।

(সত্য নে অসত্য লিখা)

(i) For gama distribution mean and variance are equal.

(State True or False)

গামা বন্টনৰ মাধ্য আৰু প্ৰসাৰণ সমান।

(শুদ্ধ, অশুদ্ধ লিখা)

(j) Normal distribution was first discovered by _____ 1733.

প্ৰসামান্য বন্টন পোনপ্ৰথমবাৰৰ ১৭৩৩ চনত _____
আৱিষ্কাৰ কৰিছিল।

2. Answer **any four** of the following :

2×4=8

তলত দিয়াবোৰৰ যিকোনো চাৰিটাৰ উত্তৰ দিয়া :

(a) Show that for any two events A and B

যিকোনো দুটা ঘটনা A আৰু B-ৰ বাবে দেখুওৱা যে

$$P(A \cap B) \leq P(A) \leq P(A) + P(B)$$

(b) State mathematical definition of probability.

সম্ভাবিতাৰ গাণিতিক সূত্ৰটো উল্লেখ কৰা।

(c) Find moment generating function of exponential distribution.

এক্সপ'নেণ্টিয়েল বণ্টনৰ ঘূৰ্ণক সৃষ্ট ফলনৰ মান উলিওৱা।

(d) Write the relation between the following :

তলত দিয়াবোৰৰ সম্পৰ্ক লিখা :

(1) μ_2 with (সৈতে) μ'_2 and (আৰু) μ'_1

(2) μ_3 with (সৈতে) μ'_3 , μ'_2 and (আৰু) μ'_1

(3) μ_4 with (সৈতে) μ'_4 , μ'_3 , μ'_2 and

(আৰু) μ'_1

(e) State weak law of large numbers.

বৃহৎ সংখ্যাৰ দুৰ্বল নিয়মৰ সূত্ৰটো উল্লেখ কৰা।

(f) Find the variance of Binomial distribution.

দ্বিপদ বণ্টনৰ বাবে প্ৰসৰণ উলিওৱা।

(g) Find the mean of Poisson distribution.

পয়চ বন্টনৰ গড় উলিওৱা।

(h) Define probability mass function and probability density function.

সম্ভাবিতা ভৰ ফলন আৰু সম্ভাবিতা ঘনত্ব ফলনৰ সংজ্ঞা দিয়া।

3. Answer **any three** of the following :

$$5 \times 3 = 15$$

তলত দিয়াবোৰৰ যিকোনো তিনিটাৰ উত্তৰ লিখা :

(a) A bag contains 5 white and 2 black balls. Another bag contains 4 white and 4 black balls. One ball is transferred at random from the first bag to the second bag and then one ball is drawn randomly from the second bag. What is the probability that the selected ball from the second bag is black?

এখন মোনাত ৫টা বগা আৰু ২টা ক'লা বল আছিল।
আন এখন মোনাত ৪টা বগা আৰু ৪টা ক'লা বল আছিল।
প্রথম মোনাখনৰ পৰা যাদৃচ্ছিকভাবে এটা বল নিৰ্বাচিত
কৰি দ্বিতীয় মোনাখনলৈ পঠিওৱা হ'ল আৰু তাৰ পাছত
দ্বিতীয় মোনাখনৰ পৰা এটা বল যাদৃচ্ছিকভাবে বাচনি
কৰা হ'ল। দ্বিতীয় মোনাখনৰ পৰা বাচনি কৰা বলটো
ক'লা হোৱাৰ সম্ভাবিতা কিমান হ'ব?

- (b) (i) Examine if A and B are two independent events, then A and $\bar{B}$ are also independent events.

3

পৰীক্ষা কৰা যে, যদি A আৰু B দুটা স্বতন্ত্ৰ ঘটনা হয়, তেন্তে A আৰু $\bar{B}$ যো স্বতন্ত্ৰ ঘটনা হ'ব।

- (ii) What is conditional probability? When are two events A and B are said to be independent?

2

চৰ্তযুক্ত বা নিৰ্ভৰশীল সম্ভাবিতা কি? দুটা ঘটনা ক্ৰমে A আৰু B -ক কেতিয়া স্বতন্ত্ৰ বুলি কোৱা হয়?

- (c) State and prove multiplication theorem of mathematical expectation.

গাণিতিক প্ৰত্যাশাৰ গুণ তত্ত্বটো উল্লেখ আৰু প্ৰমাণ কৰা।

- (d) (i) If X is a random variable and a is a constant, then show that

যদি X এটা যাদৃচ্ছিক চলক হয় আৰু a এটা ধ্ৰুৱক, তেন্তে দেখুওৱা যে

$$E[a\psi(X)] = aE[\psi(X)]$$

where $\psi(X)$ is a function of X .

2

যত $\psi(X)$ হৈছে X -ৰ এটা ফলন।

$$(ii) \text{ If } p(x) = \begin{cases} \frac{x}{15}, & x = 1, 2, 3, 4, 5 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$\text{যদি } p(x) = \begin{cases} \frac{x}{15}, & x = 1, 2, 3, 4, 5 \\ 0, & \text{অন্যথা} \end{cases}$$

find (উলিওৱা)

$$(1) \quad P(X = 1 \text{ or } 2)$$

$$(2) \quad P\left(\frac{1}{2} < X < \frac{5}{2} / X > 1\right)$$

$$1+2=3$$

(e) State and prove Chebyshev's lemma.

চেৰাইচেফৰ প্ৰমেয়িকা উল্লেখ আৰু প্ৰমাণ কৰা।

(f) Find mean and variance of beta distribution of first kind.

প্ৰথম প্ৰকাৰ বিটা বণ্টনৰ মাধ্য আৰু প্ৰসাৰণ উলিওৱা।

(g) Let X and Y be independent Binomial variates, each with parameters n and p . Find $P(X - Y = k)$.

ধৰা হ'ল X আৰু Y দুটা স্বতন্ত্ৰ দ্বিপদ চলক, প্ৰত্যেকৰ প্ৰাচল n আৰু p । তেন্তে $P(X - Y = k)$ উলিওৱা।

(h) If X is normally distributed and the mean of X is 12 and SD is 4, then find the probability of the following :

X যদি এটা প্রসামান্য বন্টন অনুগামী চলক হয় যার গড় হৈছে 12 আৰু প্রমাণিক বিচলন হৈছে 4, তেন্তে তলত দিয়াবোৰৰ সম্ভাবিতা নির্ণয় কৰা :

(1) $X \geq 20$

(2) $X \leq 20$

(3) $0 \leq X \leq 12$

Given that (দিয়া আছে যে)

$P(0 \leq Z \leq 2) = 0.4772$ and (আৰু)

$P(0 \leq Z \leq 3) = 0.49865$

4. Answer **any three** of the following :

$10 \times 3 = 30$

তলত দিয়াবোৰৰ যিকোনো তিনিটাৰ উত্তৰ দিয়া :

(a) (i) For a random variable X and Y , show that

$$V(X) = E_Y[V(X/Y)] + V_Y[E(X/Y)]$$

5

X আৰু Y দুটা যাদৃচ্ছিক চলকৰ বাবে দেখুওৱা যে

$$V(X) = E_Y[V(X/Y)] + V_Y[E(X/Y)]$$

(ii) State the properties of normal distribution. 5

প্ৰসামান্য বন্টনৰ ধৰ্মসমূহ লিখা।

(b) (i) Find mean and variance of geometric distribution. 4

গুণোত্তৰ বন্টনৰ মাধ্য আৰু প্ৰসাৰণ উলিওৱা।

(ii) State and prove Bayes theorem of probability. 6

সম্ভাবিতাৰ বৈধতাৰ উপপাদ্য উল্লেখ আৰু প্ৰমাণ কৰা।

(c) (i) Define mathematical expectation of a discrete random variable and of a continuous random variable. 2

এটা বিচ্ছিন্ন চলক আৰু এটা অবিচ্ছিন্ন চলকৰ গাণিতিক প্ৰত্যাশাৰ সংজ্ঞা দিয়া।

(ii) If X and Y are two random variables, then define the covariance between them. 2

X আৰু Y দুটা যাদৃচ্ছিক চলক হলে সিহঁতৰ সহবিচলনৰ সংজ্ঞা দিয়া।

(iii) If the probability density function of a random variable X is

যাদৃচ্ছিক চলক X -ৰ ঘনত্বফল হ'ল

$$f(x) = kx^2; \quad 0 < x < 1$$

find (উলিওৱা)

(1) k

(2) $P\left(\frac{1}{4} < X < \frac{1}{2}\right)$

(3) $E(X)$

$$2+2+2=6$$

(d) If t is any positive real number, show that the function defined by

$$p(x) = e^{-t} (1 - e^{-t})^{x-1}$$

can represent a probability function of a random variable X assuming the values 1, 2, 3, ... Also find $E(X)$ and $V(X)$ of the distribution.

$$5+5=10$$

যদি t এটা ধনাত্মক বাস্তৱ সংখ্যা হয়, দেখুওৱা যে তলত

$$p(x) = e^{-t} (1 - e^{-t})^{x-1}$$

যাদৃচ্ছিক চলক X -ৰ 1, 2, 3, ... মানৰ বাবে এটা সম্ভাবিতা ফলক হয়। লগতে ইয়াৰ $E(X)$ আৰু $V(X)$ নিৰ্ণয় কৰা।

- (e) (i) Show that for normal distribution
Median = Mode 8

দেখুওৱা যে প্ৰসামান্য বণ্টনৰ বাবে
মধ্যমা = বহুলক

- (ii) Write *any two* characteristics of
Poisson distribution. 2

পয়ছঁ বণ্টনৰ যিকোনো দুটা লক্ষণ লিখা।

- (f) (i) If A and B are any two events,
then prove that 5

যদি A আৰু B যিকোনো দুটা ঘটনা হয়, প্ৰমাণ
কৰা যে

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

- (ii) Prove the following (প্ৰমাণ কৰা যে) 5

- (i) $E(C) = 0$, C is a constant
(C এটা ধ্ৰুবক)

- (ii) $E(aX + b) = aE(X) + b$, a and
 b are constant
(a আৰু b দুটা ধ্ৰুবক)

- (iii) $V(aX + b) = a^2V(X)$, a and b
are constant
(a আৰু b ধ্ৰুবক)

- (g) A man with n keys wants to open his door and tries the keys independently and at random. Find the mean and variance of the number of trials required to open the door (1) if unsuccessful keys are not eliminated from further selection and (2) if they are. $5+5=10$

এজন মানুহে হাতত থকা n টা চাবিৰে তেওঁৰ ঘৰৰ দুৱাৰখন স্বতন্ত্ৰ আৰু যাদৃচ্ছিক প্ৰক্ৰিয়াৰে খুলিব বিচাৰিছে। এই দুৱাৰ খোলা প্ৰক্ৰিয়াটোত প্ৰয়োজন হোৱা অভিপ্ৰয়োগসমূহৰ মাধ্য আৰু প্ৰসৰণ নিৰ্ণয় কৰা যদিহে (1) অকৃতকাৰ্য হোৱা চাবিকেইটা পৰবৰ্তী পৰীক্ষাত আঁতৰাই পেলোৱা নহয় আৰু (2) আঁতৰাই পেলোৱা হয়।

- (h) (i) Under what condition binomial distribution tends to Poisson distribution? Derive probability function of Poisson distribution from it. $2+4=6$

কি চৰ্ত সাপেক্ষে দ্বিপদ বন্টন পয়ট বন্টনৰ কাষ চাপে আৰু ইয়াৰ পৰা পয়ট বন্টনৰ সম্ভাৱিতা ফলন নিৰ্ণয় কৰা।

- (ii) Write a note on central limit theorem. 4

কেন্দ্ৰীকৃত সীমাৰ উপপাদ্যৰ ওপৰত টোকা লিখা।